УДК 655.3.066 (075.8)

Т.Ю. Киричок

АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗАННЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ ВИБОРУ ПОКАЗНИКА ЗНОШУВАННЯ БАНКНОТ ЗА ДОПОМОГОЮ ФУНКЦІЇ КОРИСНОСТІ

The utility functions of alternatives based on additive, multiplicative, additive-multiplicative and entropy convolutions of factors as well as metrics of Chebyshev, Euclid, Minkowski and the method of deviation from the sample have been formed taking into account separation of factors for stimulators and destimulators. The algorithm of the determination of alternatives' preferences was developed on base utility function. The developed algorithm is implemented for solving of multicriteria problem of choice the most accurate characteristic of deterioration for banknotes in real circulation. It was found that the most accurate characteristic suitable for a reliable banknote sorting is a mass. All proposed methods of formation of the utility function have a high accuracy of the alternatives' preferences determination within the range of individual criteria and criteria weights typical for printing production. The least standard deviations are demonstrated by utility functions that are based on the Euclidean and Minkowski metrics and the multiplicative and additive – multiplicative convolution of criteria.

Вступ

У різних сферах практичної діяльності процес прийняття рішень зазвичай здійснюється в умовах багатокритеріальності. Це, наприклад, стосується вибору з множини альтернатив оптимального технологічного процесу або його складових, оцінки якості виробів, складу систем тощо. Часто процес прийняття рішення на множині альтернатив, які характеризуються певною кількістю часткових критеріїв, здійснюється в результаті зведення цих критеріїв до одного узагальненого критерію, який будується згорткою багатьох критеріїв, що може реалізуватися різними методами.

Для згортки часткових критеріїв в узагальнений критерій можуть використовуватись різні підходи: адитивна, мультиплікативна [1], адитивно-мультиплікативна, експоненціальна, ентропійна згортки, згортка на основі полінома Колмогорова–Габера [2] тощо.

Метод лінійної згортки критеріїв має певні недоліки [1], яких намагаються уникнути, модифікувавши згортки: використовуючи комбіновані згортки [2, 3], удосконалюючи процес визначення експертних оцінок тощо.

Постановка задачі

Мета дослідження – сформувати функцію корисності альтернатив, модифікувавши згортку критеріїв точності для показників зношування банкнот, розробити та реалізувати алгоритм визначення ступеня переваги альтернатив за допомогою функції корисності для визначення показників зношування банкнот, які найбільш доцільно застосовувати для достовірного сортування банкнот.

Побудова функцій корисності

Вибір найкращого варіанта із певної кількості можливих, виходячи із певної сукупності показників, що характеризують ці варіанти, є надзвичайно поширеним. Це задача багатокритеріального вибору, тобто ситуація прийняття рішення на заданій множині допустимих альтернатив $X = \{x_i \mid i = \overline{1,m}\}$ за потреби врахування сукупності властивостей альтернатив, які характеризуються вектором цільових функцій $\mathbf{f}_i = \{f_j(x_i) \mid j = \overline{1,n};\, x \in X\}$, де $f_j(x_i)$ відповідає j-й властивості, за якою оцінюється альтернатива $x_i \in X$. Для порівняння альтернатив та вибору найкращої з них використовують підходи теорії корисності [4], яка стверджує, що існує певна міра цінності – функція корисності, що дає можливість впорядкувати альтернативи. У цьому випадку оптимальним розв'язанням задачі багатокритеріального вибору є вибір альтернативи, на якій функція корисності набуває максимального значення. В подальшому для зручності позначимо часткову цільову функцію $f_j(x_i) = x_{ij}$.

Формування функції корисності $F(x_i)$ для i-ї альтернативи відбувається за рахунок згортання векторного критерію $\mathbf{f}$ в скалярний за допомогою різного виду згорток, зокрема адитивної

$$F(x_i) = \sum_{j=1}^{n} \omega_j x_{ij} \qquad (1)$$

та мультиплікативної

$$F(x_i) = \prod_{j=1}^{n} x_{ij}^{\omega_j}, \quad (2)$$

які є найбільш поширеними [1, 4–6] та використовуються одночасно для формування адитивно-мультиплікативних згорток як класичного виду, так і побудованих на основі поліному Колмогорова–Габера [3]. У формулах (1), (2) і далі ω_j – вага j-го критерію, $\sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1$.

Недоліком таких методів згортки є, зокрема, те, що недостатнє значення часткової функції корисності стосовно одного критерію може бути компенсоване збільшенням значень часткової функції корисності стосовно іншого критерію [1]. Є певні застереження щодо необхідності односпрямованості часткових функцій корисності [7]. Крім того, на адекватність моделі функції корисності впливає топологічний розподіл альтернатив у просторі часткових критеріїв [2]. Для розповсюдження моделей функції корисності на більш широкий спектр задач вже розроблено низку модифікацій згорток часткових критеріїв. Це, наприклад, ентропійна згортка [2]:

$$F(x_i) = \sum_{j=1}^{n} \omega_j \, x_{ij}^{\omega_j} \, . \quad (3)$$

З метою запобігання випадкам, коли у згортках недостатнє значення часткової функції корисності стосовно одного критерію може бути компенсоване збільшенням значень часткової функції корисності стосовно іншого критерію, провадять у різний спосіб нормування часткових критеріїв. Так, наприклад, якщо значення часткового критерію x_{ij} для i-ї альтернативи змінюється в межах $[x_{\min j}, x_{\max j}]$, де $x_{\min j} = \min_i x_{ij}$ і $x_{\max j} = \max_i x_{ij}$ – мінімальне та максимальне значення часткового критерію відповідно, то частковий критерій може нормуватися таким чином: $x'_{ij} = \dfrac{x_{ij} - x_{\min j}}{x_{\max j} - x_{\min j}}$, тобто зводиться до шкали $[0,1]$. Однак таке нормування може призводити до від'ємної корисності. Тому, на нашу думку, більш доцільним є підхід нормування часткових критеріїв зведенням до бажаного значення критерію, за який може виступати певне еталонне значення часткового критерію, зокрема максимальне значення $x_{\max j}$:

$$x'_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{\max j}} . \quad (4)$$

Під час нормування та формування функції корисності необхідно враховувати, що характерним для переважної більшості систем є те, що часткові функції корисності не є односпрямованими: частина часткових критеріїв має бути максимізована, частина – мінімізована. У зв'язку з цим часткові критерії поділяють на стимулятори (які мають бути максимізовані) та дестимулятори (які повинні мінімізуватися), тобто

$$f_j(x) \to \max, \ j = \overline{1,k}, x \in S$$

і

$$f_j(x) \to \min, \ j = \overline{k+1,n}, \ x \in S \, ,$$

де S і D – множини критеріїв – стимуляторів і дестимуляторів відповідно. Нормування стимуляторів відбувається за формулою (4), а дестимулятори, з урахуванням того, що еталонним значенням часткового критерію буде мінімальне значення $x_{\min j}$, нормуються таким чином:

$$x'_{ij} = \frac{x_{\min j}}{x_{ij}} . \quad (5)$$

Тоді з урахуванням (4) і (5) вирази для згорток (1)–(3) матимуть такий вигляд:

адитивна згортка

$$F(x_i) = \sum_{j=1}^{k} \omega_j \frac{x_{ij}}{x_{\max j}} + \sum_{j=k+1}^{n} \omega_j \frac{x_{\min j}}{x_{ij}} , \quad (6)$$

мультиплікативна згортка

$$F(x_i) = \prod_{j=1}^{k} \left(\frac{x_{ij}}{x_{\max j}} \right)^{\omega_j} \prod_{j=k+1}^{n} \left(\frac{x_{\min j}}{x_{ij}} \right)^{\omega_j} , \quad (7)$$

адитивно-мультиплікативна згортка

$$F(x_i) = \sum_{j=1}^{k} \omega_j \frac{x_{ij}}{x_{\max j}} + \sum_{j=k+1}^{n} \omega_j \frac{x_{\min j}}{x_{ij}} + \\ + \prod_{j=1}^{k} \left(\frac{x_{ij}}{x_{\max j}} \right)^{\omega_j} \prod_{j=k+1}^{n} \left(\frac{x_{\min j}}{x_{ij}} \right)^{\omega_j} , \quad (8)$$

ентропійна згортка

$$F(x_i) = \sum_{j=1}^{k} \omega_j \left(\frac{x_{ij}}{x_{\max j}} \right)^{\omega_j} + \sum_{j=k+1}^{n} \omega_j \left(\frac{x_{\min j}}{x_{ij}} \right)^{\omega_j} . \quad (9)$$

Іншими способами формування функції корисності є підходи, характерні для задач розміщення [8] – оптимальною вважається альтернатива з векторним критерієм, найближчим до певного еталонного розв'язку в багато вимірному просторі часткових критеріїв. Усі модифікації функції корисності під час використання такого підходу ґрунтуються на використанні різних метрик, що задаються в критеріальному просторі R^n. Метрикою є числова функція $\rho = \rho(\mathbf{y}, \mathbf{z})$, яка кожній парі векторів $\mathbf{y}, \mathbf{z}$ критеріального простору R^n зіставляє невід'ємне число, що називається відстанню між векторами $\mathbf{y}$ і $\mathbf{z}$ [9]. Метрика для всіх векторів $\mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{w}$ має задовольняти аксіоми

$$\rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}) \ge 0; \ \ \rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = 0 \quad \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{z};$$

$$\rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = \rho(\mathbf{z}, \mathbf{y});$$

$$\rho(\mathbf{w}, \mathbf{z}) \le \rho(\mathbf{w}, \mathbf{y}) + \rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}).$$

Найчастіше як метрики використовуються метрика Чебишева:

$$\rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = \max_i a_i^s \, | y_i - z_i |, \qquad (10)$$

де $s \ge 1$ і

$$a^s \in \left\{ \begin{matrix} (a_1^s, \ldots, a_n^s) \left| \sum\limits_{i=1}^{n} a_i^s = 1, \ a_i^s > 0 \right. \\ \text{для всіх } i = 1, 2, \ldots, n \end{matrix} \right\},$$

метрика Мінковського:

$$\rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i^s \, | y_i - z_i |^r \right)^{1/r}, \qquad (11)$$

та евклідова метрика як окремий випадок метрики Мінковського:

$$\rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i^s \, | y_i - z_i |^2 \right)^{1/2}. \qquad (12)$$

Як вже зазначалося, як еталонний розв'язок доцільно вибрати ідеальний варіант, що характеризується максимальними значеннями стимуляторів і мінімальними значеннями дестимуляторів:

$$x_{0j} = \begin{cases} x_{\max j}, j = \overline{1, k} \\ x_{\min j}, j = \overline{k+1, n} \end{cases}. \qquad (13)$$

Коефіцієнт a_i^s найчастіше використовується при $s = 1$ і є за своїм змістом вагою j-го критерію.

Тоді, з урахуванням (13) та нормування часткових критеріїв (4) і (5), функції корисності, сформовані як відстань між ідеальним вектором $\mathbf{f}_0$ і вектором $\mathbf{f}_i$ i-ї альтернативи на основі різних метрик (9)–(12), з урахуванням максимізації функції корисності та зведення до шкали $[0,1]$ матимуть вигляд

$$F(x_i) = 1 -$$

$$- \max_j \left(\max_{j=1}^{k} \left| 1 - \frac{x_{ij}}{x_{\max j}} \right| \bigcup \max_{j=k+1}^{n} \omega_j \left| 1 - \frac{x_{\min j}}{x_{ij}} \right| \right), \quad (14)$$

$$F(x_i) =$$

$$= 1 - \sqrt[n]{\sum_{j=1}^{k} \omega_j \left| 1 - \frac{x_{ij}}{x_{\max j}} \right|^n + \sum_{j=k+1}^{n} \omega_j \left| 1 - \frac{x_{\min j}}{x_{ij}} \right|^n}, \quad (15)$$

$$F(x_i) =$$

$$= 1 - \sqrt{\sum_{j=1}^{k} \omega_j \left| 1 - \frac{x_{ij}}{x_{\max j}} \right|^2 + \sum_{j=k+1}^{n} \omega_j \left| 1 - \frac{x_{\min j}}{x_{ij}} \right|^2}. \quad (16)$$

Функція корисності на основі метрики Мінковського (15) отримана з урахуванням виразу (11) за припущення, що для критеріального простору R^n показник ступеня $r = n$.

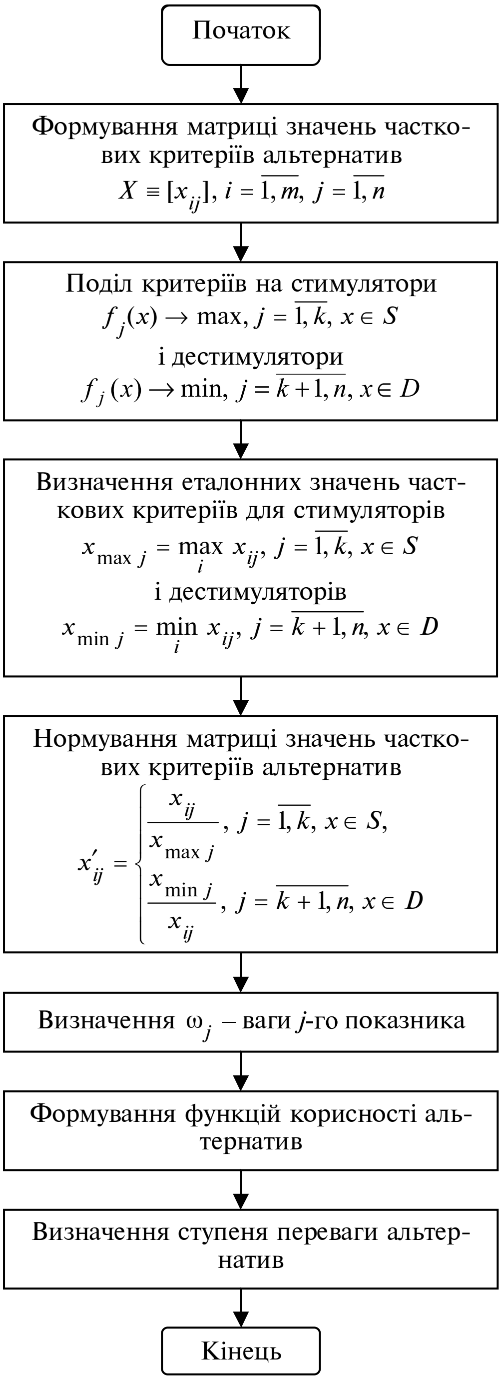
Ще один із підходів до формування функції корисності [10] полягає у використанні для цього узагальненого відхилення від зразка δx_i як алгебричної суми зважених відносних відхилень з урахуванням різних типів критеріїв (обмеження типу "знизу", "зверху", "інтервал", "дорівнює"):

$$\delta x_i = \sum_{j=1}^{n} \omega_j \, \delta x_{ij}. \qquad (17)$$

Очевидно, що формування функції корисності таким чином є окремим випадком формування її на основі метрики Мінковського (14). Тоді, з урахуванням нормування (4) і (5) маємо вираз для функції корисності на основі відхилення від зразка:

$$F(x_i) = \sum_{j=1}^{k} \omega_j \left| 1 - \frac{x_{ij}}{x_{\max j}} \right| + \sum_{j=k+1}^{n} \omega_j \left| 1 - \frac{x_{\min j}}{x_{ij}} \right|. \quad (18)$$

Таким чином, отримано вирази для функції корисності альтернатив (6)–(9), (14)–(16), (18), за якими можливо провести ранжування альтернатив. Проведення цього ранжування можливе за алгоритмом, поданим на рис. 1.



Алгоритм визначення ступеня переваги альтернатив за допомогою функції корисності

Задача визначення найбільш точного показника зношування

Зношування банкнот можна визначати за низкою параметрів, які характеризують зношування банкнот з різною точністю. Необхідно встановити, який із показників зношування забезпечує найбільш достовірні результати.

На основі обробки статистичних даних, отриманих у попередніх дослідженнях (табл. 1) [11], до показників точності визначення зношеності банкнот віднесено такі характеристики: зміна показника в результаті зношування ΔX ($\Delta X = \left| \dfrac{\bar{x}_{\text{new}} - \bar{x}_{\text{det}}}{\bar{x}_{\text{new}}} \right| \cdot 100$, де $\bar{x}_{\text{new}}$ – середнє арифметичне результатів спостережень для банкнот 1-го класу (new – нові), $\bar{x}_{\text{det}}$ – середнє арифметичне результатів спостережень для зношених банкнот 10-го класу (absolutely unfit – абсолютно невідповідні)); відносна похибка для нових δ_{new} та відносна похибка для зношених банкнот δ_{det} [11]. Дані табл. 1 дають змогу зробити висновок, що жоден із наведених показників зношування не є оптимальним з точки зору всіх наведених критеріїв точності і може вважатися оптимальним тільки за Парето. Тому процес прийняття рішень щодо застосування показників зношування банкнот має розглядатися як задача багатокритеріального вибору.

Постановка задачі. Задано множину допустимих альтернатив, з яких з точки зору точності показників зношування робиться вибір – X_i, $(i = \overline{1,m},\ m = 13)$: X_1 – зміна яскравості банкнот; X_2 – повітропроникність; X_3 – шорсткість; X_4 – кількість подвійних перегинів; X_5 – руйнівне зусилля; X_6 – відносне подовження; X_7 – стійкість крайки до надриву; X_8 – стійкість крайки до надриву роздиранням; X_9 – нульова розривна довжина; X_{10} – жорсткість за Табером; X_{11} – жорсткість (за методом резонансу); X_{12} – жорсткість (за методом кільця); X_{13} – маса банкноти.

Подані нижче параметри є критеріями точності вимірювання, тобто задано критерії, за якими здійснюється вибір серед альтернатив f_j, $j = \overline{1,n}$, $n = 3)$:

f_1 – зміна значення показника в результаті зношування ΔX;

f_2 – відносна похибка для нових банкнот δ_{new};

***Таблиця* 1.** Характеристики точності показників зношування банкнот – матриця значень часткових критеріїв альтернатив

Матриця			Критерії		
			Стимулятор	Дестимулятори	
			Середня значення зміна показника в результаті зношування, %	Середня відносна похибка для нових банкнот, %	Середня відносна похибка для зношених банкнот, %
Альтернативи	Показники зношування	x_{ij}	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}
	Зміна яскравості банкнот	x_{1j}	24,828	**0,110**	1,275
	Повітропроникність	x_{2j}	78,832	0,864	4,878
	Шорсткість	x_{3j}	**633,178**	0,446	1,834
	Кількість подвійних перегинів	x_{4j}	74,084	2,373	1,275
	Руйнівне зусилля	x_{5j}	36,693	0,558	1,718
	Відносне подовження	x_{6j}	17,826	1,048	1,481
	Стійкість крайки до надриву	x_{7j}	28,736	0,695	1,667
	Стійкість крайки до надриву роздиранням	x_{8j}	28,736	1,002	1,073
	Нульова розривна довжина	x_{9j}	11,531	0,688	0,716
	Жорсткість за Табером	x_{10j}	70,284	2,341	2,774
	Жорсткість (за методом резонансу)	x_{11j}	23,009	0,349	0,550
	Жорсткість (за методом кільця)	x_{12j}	59,095	1,811	1,784
	Маса банкноти	x_{13j}	3,157	0,259	**0,401**

f_3 – відносна похибка для зношених банкнот δ_{det}.

Необхідно знайти найкращу альтернативу відносно сукупності критеріїв.

На основі статистичних даних сформовано матрицю значень часткових критеріїв альтернатив $X \equiv [x_{ij}]$, $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,n}$ [11] (табл. 1).

Стимулятором є f_1 – зміна показника в результаті зношування ΔX, дестимуляторами – f_2 – відносна похибка для нових банкнот δ_{new} і f_3 – відносна похибка для зношених банкнот δ_{det}.

Еталонними значеннями часткових критеріїв є $x_{\max 1} = x_{31} = 633{,}178$, $x_{\min 2} = x_{12} = 0{,}110$, $x_{\min 3} = x_{13\,3} = 0{,}401$. Після нормування з урахуванням цих еталонних значень маємо нормовану матрицю значень часткових критеріїв альтернатив (табл. 2).

***Таблиця* 2.** Нормована матриця значень часткових критеріїв альтернатив

x'_{ij}	x'_{i1}	x'_{i2}	x'_{i3}
x'_{1j}	0,039	1,000	0,315
x'_{2j}	0,125	0,127	0,082
x'_{3j}	1,000	0,247	0,219
x'_{4j}	0,117	0,046	0,315
x'_{5j}	0,058	0,197	0,233
x'_{6j}	0,028	0,105	0,271
x'_{7j}	0,045	0,158	0,241
x'_{8j}	0,045	0,110	0,374
x'_{9j}	0,018	0,160	0,560
x'_{10j}	0,111	0,047	0,145
x'_{11j}	0,036	0,315	0,729
x'_{12j}	0,093	0,061	0,225
x'_{13j}	0,005	0,425	1,000

***Таблиця* 3.** Матриця парних порівнянь показників точності вимірювань зношеності банкнот

Критерій	Середня зміна значення показника в результаті зношування	Середня відносна похибка для нових банкнот	Середня відносна похибка для зношених банкнот
Середня зміна значення показника в результаті зношування	1	1/3	1/5
Середня відносна похибка для нових банкнот	3	1	1/3
Середня відносна похибка для зношених банкнот	5	3	1
Вектор пріоритетів (0,105; 0,258; 0,637). Власне значення матриці λ_{max} = 3,039, індекс узгодженості ІУ = 0,019, відношення узгодженості ВУ = 0,033.			

Для визначення ваги j-го показника точності ω_j на основі експертних опитувань сформовано матрицю парних порівнянь (табл. 3) з використанням підходів методу аналізу ієрархій [6, 12]. Під час формування матриць парних порівнянь використано шкалу відношень з оцінками від 1 до 9 [12], яким відповідають певні судження про значимість факторів чи дій: 1 — однакова значимість, 3 — слабка значимість (певне переважання значимості одного фактора над іншим), 5 — суттєва чи сильна значимість, 7 — дуже сильна або очевидна значимість, 9 — абсолютна значимість, 2, 4, 6, 8 — проміжні значення між сусідніми значеннями шкали.

Встановлено вагу показників точності вимірювань: для середньої зміни показника в результаті зношування $\omega_1 = 0,105$, для середньої відносної похибки для нових банкнот $\omega_2 = 0,258$, для середньої відносної похибки для зношених банкнот $\omega_3 = 0,637$, $\sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1$.

У табл. 4 наведено абсолютні та відносні значення функцій корисності досліджуваних альтернатив, обчислені за різними методами формування. Відносні значення функцій корисності $F_{\text{відн } q}(x_i)$ наведено для порівняння методів формування та обчислено за формулою

$$F_{\text{відн } q}(x_i) = \frac{F_q(x_i)}{\sum_{i=1}^{m} F(x_i)} \cdot 100\ \%,$$

де $F_q(x_i)$ — значення функції корисності для i-ї альтернативи, отримане відповідним методом.

Середнє значення функції корисності для i-ї альтернативи становить

$$\overline{F}(x_i) = \frac{1}{N} \sum_{q=1}^{N} F_q(x_i),$$

де N — кількість методів формування функції корисності (в нашому дослідженні $N = 6$).

Середнє квадратичне відхилення q-го методу формування функції корисності обчислено за формулою

$$\sigma_q = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (F_{\text{відн } q}(x_i) - \overline{F}(x_i))^2}.$$

Дані табл. 4 дають змогу зробити висновок, що всі запропоновані методи формування функції корисності мають достатньо високу точність визначення переваги альтернатив у межах значень часткових критеріїв та ваг критеріїв, характерних для поліграфічного виробництва. Найменші середні квадратичні відхилення мають функції корисності, побудовані на основі евклідової метрики та метрики Мінковського, а також мультиплікативна та адитивно-мультиплікативна згортки критеріїв.

За всіма методами формування функції корисності найбільші значення функції корисності має такий показник зношування банкнот, як маса банкноти. Крім того, високі значення функції корисності мають визначення жорсткості за методом резонансу та зміна яскравості банкноти. Тому вбачається доцільним з точки зору точності вимірювань для досліджень зношування банкнот використовувати саме ці показники.

Таблиця 4. Функції корисності альтернатив – показників зношування банкнот

Альтернативи	Адитивна згортка		Мульти-плікативна згортка		Адитивно-муль-типлікативна згортка		Ентропійна згортка		Евклідова метрика		Метрика Мінковського		Відносне середнє значення
	Абсо-лютна	Від-носна	Абсо-лютна	Від-носна	Абсо-лютна	Від-носна	Абсо-лютна	Від-носна	Абсо-лютна	Від-носна	Абсо-лютна	Від-носна	
Зміна яскравості банкнот	0,462	11,70	0,341	11,14	0,402	11,46	0,638	8,75	0,371	10,59	0,332	10,32	10,66
Повітропроникність	0,098	2,49	0,096	3,14	0,097	2,77	0,366	5,02	0,098	2,80	0,098	3,04	3,21
Шорсткість	0,308	7,79	0,265	8,66	0,286	8,17	0,527	7,23	0,268	7,67	0,255	7,92	7,90
Кількість подвійних перегинів	0,225	5,68	0,173	5,66	0,199	5,67	0,506	6,94	0,215	6,15	0,206	6,40	6,08
Руйнівне зусилля	0,206	5,20	0,193	6,32	0,199	5,69	0,500	6,86	0,204	5,82	0,202	6,28	6,03
Відносне подовження	0,203	5,12	0,167	5,47	0,185	5,27	0,494	6,78	0,197	5,63	0,192	5,96	5,71
Стійкість крайки до надриву	0,199	5,03	0,181	5,93	0,190	5,42	0,493	6,77	0,196	5,61	0,194	6,02	5,80
Стійкість крайки до надриву роздиранням	0,271	6,86	0,218	7,14	0,245	6,98	0,562	7,72	0,258	7,38	0,245	7,63	7,29
Нульова розривна довжина	0,400	10,12	0,283	9,25	0,341	9,74	0,670	9,20	0,362	10,35	0,326	10,13	9,80
Жорсткість за Табером	0,116	2,93	0,105	3,44	0,111	3,15	0,386	5,30	0,115	3,28	0,114	3,54	3,61
Жорсткість (за методом резонансу)	0,550	13,90	0,429	14,02	0,489	13,96	0,787	10,80	0,485	13,86	0,426	13,24	13,30
Жорсткість (за методом кільця)	0,169	4,27	0,146	4,78	0,157	4,49	0,453	6,22	0,165	4,72	0,162	5,03	4,92
Маса банкноти	0,747	18,90	0,460	15,03	0,603	17,22	0,904	12,41	0,565	16,14	0,466	14,48	15,70
Середнє квадратичне відхилення методу згортки	1,08		0,44		0,61		1,59		0,31		0,41		–

Висновки

Функції корисності альтернатив на основі адитивної, мультиплікативної, адитивно-мультиплікативної, ентропійної згортки показників, а також застосування метрик Чебишева, Евкліда, Мінковського та методу відхилення від зразка доцільно формувати з урахуванням поділу часткових критеріїв на стимулятори та дестимулятори.

Алгоритм визначення ступеня переваги альтернатив за допомогою функцій корисності, сформованих з урахуванням поділу часткових критеріїв на стимулятори та дестимулятори, за яким можливо провести ранжування альтернатив, полягає у формуванні матриці значень часткових критеріїв альтернатив, поділі критеріїв на стимулятори та дестимулятори, визначенні еталонних значень часткових критеріїв як максимального значення для стимуляторів і мінімального значення для дестимуляторів, нормуванні матриці значень часткових критеріїв альтернатив, визначенні ваги показників на основі експертних опитувань, визначенні ступеня переваги альтернатив із використанням одного з варіантів виразів для функції корисності.

Реалізація розробленого алгоритму на прикладі розв'язання багатокритеріальної задачі вибору найбільш точного показника зношування банкнот, що перебували в умовах реального обігу, дала можливість визначити, що найдоцільніше для достовірного сортування банкнот застосовувати такий показник зношування банкнот, як маса банкноти.

Всі запропоновані методи формування функції корисності мають достатньо високу точність визначення переваги альтернатив у межах значень часткових критеріїв та ваг критеріїв, характерних для поліграфічного виробництва. Найменші середні квадратичні відхилення мають функції корисності, побудовані на основі евклідової метрики та метрики Мінковського, а також мультиплікативна та адитивно-мультиплікативна згортки критеріїв.

У подальших дослідженнях доцільно визначити ступінь переваги альтернатив — показників зношування банкнот — з урахуванням таких критеріїв, як трудомісткість, оперативність тощо.

1. *Згуровський М.З., Панкратова Н.Д.* Основи системного аналізу. – К.: Видав. група BHV, 2007. – 544 с.
2. *Соболева Е.В.* Модификации критериев обобщенной полезности в задачах идентификации многокритериального выбора // Системні дослідження та інформ. технології. – 2012. – № 3. – С. 58–65.
3. *Петров К.Э.* Мультипликитивно-аддитивная функция оценки полезности // Радиоэлектроника и информатика. – 2000. – № 4. – С. 35–36.
4. *Нейман Дж., Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение / Пер. с англ. – М.: Наука, 1970. – 708 с.
5. *Кини Р.Л., Райфа Х.* Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. – М.: Радио и связь, 1981. – 316 с.
6. *Саати Т.Л.* Принятие решений при зависимостях и обратных связях: аналитические сети. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 360 с.
7. *Гарина М.И.* Применение мультипликативной обобщающей функции для агрегирования показателей с положительной и отрицательной полезностью // Труды СПИИРАН. – 2012. – Вып. № 3 (22). – С. 176–188.
8. *Зайченко Ю.П.* Дослідження операцій: Підручник. – 7-ме вид., перероб. і доп. – К.: ВД "Слово", 2006. – 816с.
9. *Ногин В.Д.* Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: Физматлит, 2002. – 144 с.
10. *Микони С.В.* Построение функции полезности на основе метода приближения к образцу // Матер. I Междунар. научно-практ. конф. "Интеллектуальные системы на транспорте", 24–26 марта 2011 г., Санкт-Петербург. – Спб, 2011. – С. 294–300.
11. *Киричок Т.Ю., Когут П.П.* Комплексна оцінка показників зношування банкнот української гривні в умовах реального обігу // Технологія і техніка друкарства. – 2012. – № 3 (37). – С. 4–26.
12. *Саати Т.* Принятие решений. Метод анализа иерархий / Пер. с англ. Р.Г. Вачанадзе. – М.: Радио и связь, 1993. – 315 с.

Рекомендована Радою
Видавничо-поліграфічного інституту
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
31 січня 2012 року